Regularne pierścienie
utworzone z wielokątów foremnych

Ułożenia skończone w formie regularnych pierścieni zawierają kilka ciekawych aspektów.

Taki piercień z wielokątów foremnych można dla zobrazowania porownać do atolu na oceanie z laguną w środku.
Każdy wielokąt ma dwa boki wspólne z sąsiednimi wielokątami, a pozostałe boki stanowią "linię brzegową". Łatwo zauważyć, że każdy wielobok ma dłuższy brzeg z "oceanem" niż z "laguną".
Stąd pierwszy wniosek: do zbudowanie pierścienia musimy użyć przynajmniej pięciokąta foremnego (dlaczego?).
Nasuwa się pytanie: jakie pierścienie są możliwe?

Aby na to pytanie odpowiedzieć, wprowadźmy następujące oznaczenia:
n - liczba boków wielokąta foremnego,
t - liczba bokow wspólnych wielokąta z laguną. Liczba ta charakteryzuje **typ** pierścienia,
k - liczba wielokątów foremnych w pierścieniu.

Te trzy parametry, które są liczbami naturalnymi, charakteryzują każdy pierscień regularny. Będziemy więc oznaczać go symbolem ***n-t-k***. Liczba boków laguny jest iloczynem ***k*** i ***t***.

Dla możliwych pierścieni zachodzą następujące zależności miedzy tymi trzema parametrami:

$$t < \frac{n-2}{2},$$

$$k = \frac{2n}{n-2t-2}$$

przy czym $k \geq 3$, $n \geq 2t+3$ i $n \leq 6t+6$

Dla liczb naturalnych, które spełniają wszystkie warunki możemy narysować odpowiedni pierścień regularny.

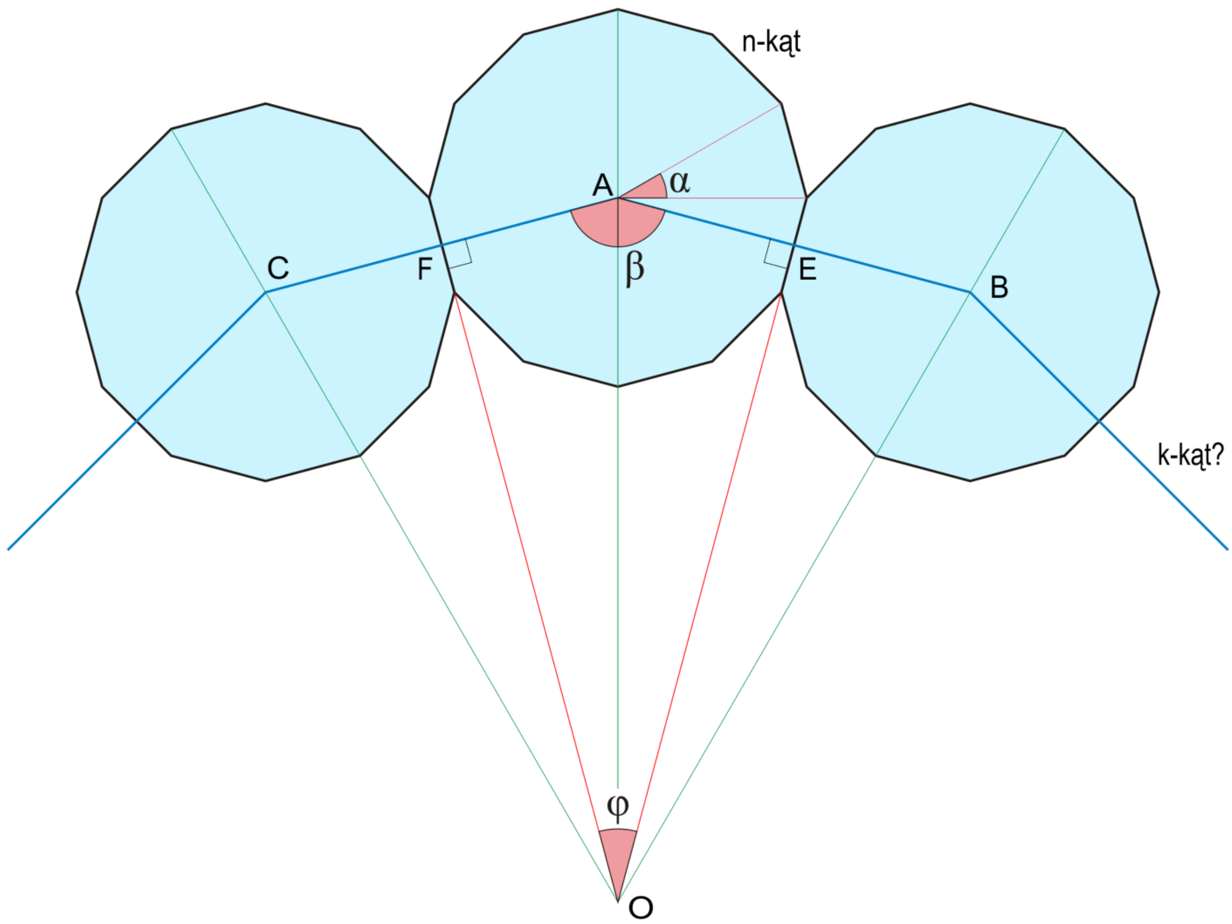
Poprawność powyższego równania można łatwo wykazać.
Popatrzmy na poniższy rysunek. Jeśli *k* *n*-kątów foremnych (tu $n = 12$) tworzą pierścień, którego fragment z trzema dwunastokątami mamy przedstawiony na rysunku, to zaznaczony kąt środkowy φ musi spełniać warunek

$$\varphi = \frac{2\pi}{k}.$$

Jak widzimy na rysunku, każdy dwunastobok ma cztery boki ($t = 4$) po stronie laguny i sześć boków po stronie oceanu. Jeśli oznaczymy kąt środkowy użytego wielokąta foremnego przez α, a przez β kąt wewnętrzny wielokąta foremnego, który jest jakimś *k*-kątem foremnym, utworzonym przez środki *n*-kątów to mamy:

$$\alpha = \frac{2\pi}{n}$$

$$\beta = \alpha(t+1).$$



Zauważmy, że

$$\varphi = \pi - \beta$$

A zatem

$$\frac{2\pi}{k} = \pi - \frac{2\pi}{n}(t+1)$$

czyli

$$\boldsymbol{k = \frac{2n}{n - 2t - 2}}.$$

W przykładzie na rysunku otrzymujemy $k = 12$.

Tadeusz E. Dorozinski,

Düsseldorf, marzec 2009